

## 画像を傾斜した後の、四隅の座標計算

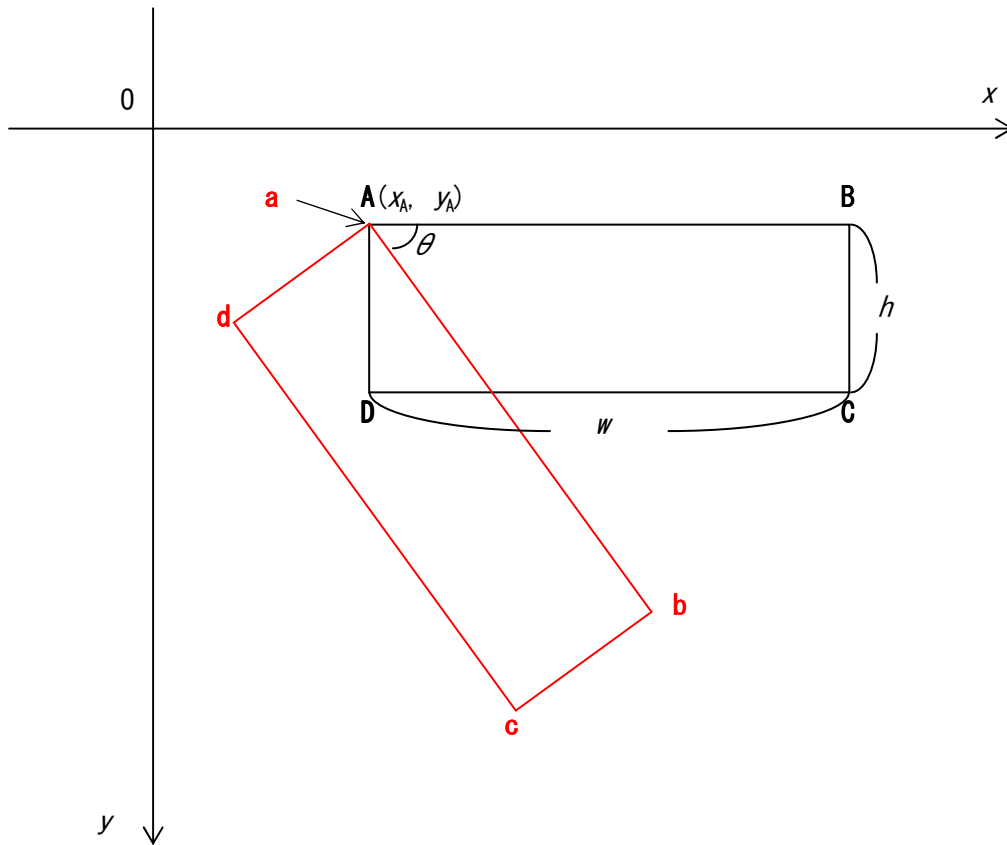


図 1

図 1 のように、図形 ABCD を時計回りに角度  $\theta$  分だけ回転させた図形 abcd の各頂点の座標について考える。

図形 ABCD 及び abcd の高さは  $h$ 、幅は  $w$  とする。

まず、各点 ABCD の座標について

$$\begin{aligned} A &= (x_A, y_A) \\ B &= (x_A + w, y_A) \\ C &= (x_A + w, y_A + h) \\ D &= (x_A, y_A + h) \end{aligned} \quad \dots \dots \text{式 1}$$

となる。

次に、回転後の図形 abcd の各座標について順番に考える。

・点 a について

点 a は点 A と同一の点なので

$$\text{式 1 より } a = A = (x_A, y_A) \quad \dots \dots \text{式 2}$$

・点bについて

$b = (x_b, y_b)$ とする。

図1を点B及び点bに注目して描き直すと図2および図2'のようになる。

(わかりやすくする為、一時的に $x_A = 0, y_A = 0$ とする)

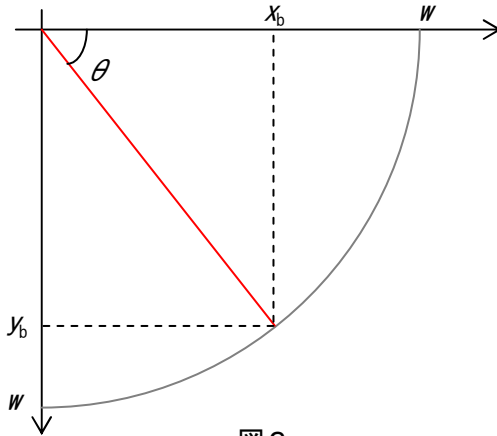


図2

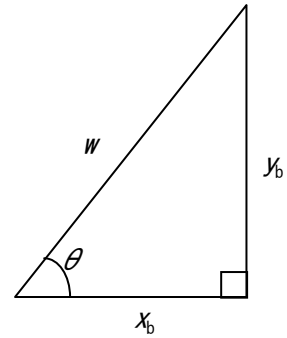


図2'

図2及び、図2'を見ればわかるように、 $x_b$ および $y_b$ は長さwの斜辺を持つ直角三角形の辺の長さとして表現できる。

よって三角関数を使って

$$x_b = x_A + w \cdot \cos \theta \quad \dots \dots \text{式3}$$

$$y_b = y_A + w \cdot \sin \theta$$

よって

$$b = (x_A + w \cdot \cos \theta, y_A + w \cdot \sin \theta) \quad \dots \dots \text{式4}$$

となる。

・点dについて

$d = (x_d, y_d)$ とする。

図1を点D及び点dに注目して描き直すと図3および図3'のようになる。

(わかりやすくする為、一時的に $x_A = 0, y_A = 0$ とする)

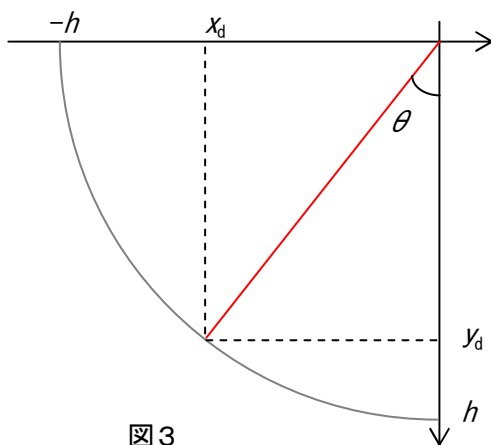


図3

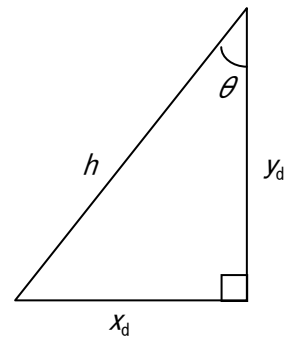


図3'

図3及び、図3'を見ればわかるように、 $x_d$ および $y_d$ は長さ $h$ の斜辺を持つ直角三角形の辺の長さとして表現できる。

よって三角関数を使って

$$\begin{aligned}x_d &= x_A - h \cdot \cos(90^\circ - \theta) \dots\dots\dots \text{式5} \\y_d &= y_A + h \cdot \sin(90^\circ - \theta)\end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}\sin(90^\circ - \theta) &= \cos \theta \dots\dots\dots \text{式6} \\ \cos(90^\circ - \theta) &= \sin \theta\end{aligned}$$

なので、式5及び式6より

$$\begin{aligned}x_d &= x_A - h \cdot \sin \theta \\y_d &= y_A + h \cdot \cos \theta\end{aligned}$$

よって

$$d = (x_A - h \cdot \sin \theta, y_A + h \cdot \cos \theta) \dots\dots\dots \text{式7}$$

・点cについて

図1を見れば解るように、点b-a間の差を点dに加えれば点cは求まるので

$$\begin{aligned}x_c &= x_A - h \cdot \sin \theta + x_A + w \cdot \cos \theta - x_A \\y_c &= y_A + h \cdot \cos \theta + y_A + w \cdot \sin \theta - y_A\end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}x_c &= x_A + w \cdot \cos \theta - h \cdot \sin \theta \dots\dots\dots \text{式8} \\y_c &= y_A + w \cdot \sin \theta + h \cdot \cos \theta\end{aligned}$$

よって

$$c = (x_A + w \cdot \cos \theta - h \cdot \sin \theta, y_A + w \cdot \sin \theta + h \cdot \cos \theta) \dots\dots\dots \text{式9}$$

式2、4、7、9より

$$\begin{aligned}a &= (x_A, y_A) \\b &= (x_A + w \cdot \cos \theta, y_A + w \cdot \sin \theta) \\c &= (x_A + w \cdot \cos \theta - h \cdot \sin \theta, y_A + w \cdot \sin \theta + h \cdot \cos \theta) \\d &= (x_A - h \cdot \sin \theta, y_A + h \cdot \cos \theta)\end{aligned}$$

となる。