まず、任意の実数xを考える。この数が10進数であるか、16進数であるかはこの場合関係ないので考えないこと。
この数がn進法においてm桁を持つ数である場合

$$n^{m-1} \le |x| < n^{m} \quad \cdots\cdots 式1$$

（ただし、mは正の整数でなくてはならない）

となる、底をnとした対数を取り

$$\log_n n^{m-1} \le \log_n |x| < \log_n n^{m} \quad \cdots\cdots 式2$$

よって

$$m-1 \le \log_n |x| < m \quad \cdots\cdots 式3$$

ここでxがn_1進法においてm_1桁をもち、さらにn_2進法においてm_2桁を持つとすると式３より

$$m_1 - 1 \le \log_{n_1} |x| < m_1 \quad \cdots\cdots 式3-1$$

$$m_2 - 1 \le \log_{n_2} |x| < m_2 \quad \cdots\cdots 式3-2$$

ところで、対数の底の変換式は、aを変換前の底、bを変換後の底、cを任意の正の実数とすると

$$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a} \quad \cdots\cdots 式4$$

となる
よって$a = n_1$、$b = n_2$、$c = |x|$とすると式４より

$$\log_{n_1} |x| = \frac{\log_{n_2} |x|}{\log_{n_2} n_1} \quad \cdots\cdots 式5$$

この式５を式３－２に導入すると

$$m_2 - 1 \le \frac{\log_{n_2} |x|}{\log_{n_2} n_1} < m_2$$

全辺に$\log_{n_2} n_1$をかけて

$$(m_1 - 1)\log_{n_2} n_1 \le \log_{n_2} |x| < m_1 \log_{n_2} n_1 \quad \cdots\cdots 式6$$

ここで経験的に、ある実数xが、n進法においてm桁を持つ場合に

$$\log_n |x| + 1 \approx m$$

$$\log_n |x| \approx m - 1 \quad \cdots\cdots 式7$$

となることは分かっているので式６に当てはめて

$$(m_1 - 1)\log_{n_2} n_1 \le m_2 - 1 < m_1 \log_{n_2} n_1$$

$$1 + (m_1 - 1)\log_{n_2} n_1 \le m_2 < 1 + m_1 \log_{n_2} n_1 \quad \cdots\cdots 式8$$

よって
n_1進法においてm_1桁となる任意の数xは、n_2進法においてm_2桁を取る場合

$$1 + (m_1 - 1)\log_{n_2} n_1 \le m_2 < 1 + m_1 \log_{n_2} n_1 \quad \cdots\cdots 式9$$

となる。

ここまで、汎用性を高めるためにすべて変数で表記してきた。今回の問題では$n_1 = 16$、$n_2 = 10$、$m_1 = 14$なので式９に代入して。

$$1+(14-1)\log_{10}16 \le m_2 < 1+14\cdot\log_{10}16$$

$$1+13\log_{10}2^4 \le m_2 < 1+14\cdot\log_{10}2^4$$

$$1+13\cdot 4\cdot\log_{10}2 \le m_2 < 1+14\cdot 4\cdot\log_{10}2$$

$$1+52\cdot\log_{10}2 \le m_2 < 1+56\cdot\log_{10}2$$

$\log_{10}2=0.3010\cdots$ **なので、四捨五入した** $\log_{10}2\approx 0.301$ **を代入して**

$$1+52\cdot 0.301 \le m_2 < 1+56\cdot 0.301$$

$$16.652 \le m_2 < 17.856$$

m_2 **は正の整数でなければならないので**

$$m_2 = 17$$

となる。

・・・ってかんじのことだと思うぽ～(・ω・)ﾉ
この方法なら、 $\log_{10}2\approx 0.301$ **さえ覚えてれば、2 進法でも 8 進法でも 16 進法でも使えるぽ～**
最初から説明するために無駄に長いけど、要するに $1+(m_1-1)\log_{n_2}n_1$ **より大きくて、一番近い整数を選べばいいぽ～**
ここで使う公式は、簡単なものだから
http://ja.wikipedia.org/wiki/%E5%AF%BE%E6%95%B0
をみてがんばれ～(－ω－)ﾉ

スペース空いたから少し書いとくぽ～

底の変換公式

$$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$$

より、 $b=c$ **であれば**

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad \text{……式 } 10$$

これを使えば、以下のようにして、 $\log_{10}2\approx 0.301$ **を使って** 2, 8, 16 **を底とし、**10 **を真数とした対数の値が導き出せる**
式 10 において $a=2$、$b=10$ **であれば**

$$\log_2 10 = \frac{1}{\log_{10}2} = \frac{1}{0.301} = 3.3222\cdots \approx 3.32$$

同様に $a=8, b=10$ **の場合**

$$\log_8 10 = \frac{1}{\log_{10}8} = \frac{1}{\log_{10}2^3} = \frac{1}{3\cdot\log_{10}2} = \frac{1}{3\cdot 0.301} = 1.1074\cdots \approx 1.11$$

同様に $a=16, b=10$ **の場合**

$$\log_{16}10 = \frac{1}{\log_{10}16} = \frac{1}{\log_{10}2^4} = \frac{1}{4\cdot\log_{10}2} = \frac{1}{4\cdot 0.301} = 0.8305\cdots \approx 0.831$$

これらを応用すれば、2, 8, 16, 10 **の間でのさまざまな変換に対応可能となる**